

Fra i banchi e la cattedra

di Raimondo Bolletta

Poiché nel suo articolo, che qui pubblichiamo, il professor Campedelli accenna al problema del tirocinio degli insegnanti, facciamo seguire ad esso uno scritto del dottor Raimondo Bolletta, recentemente laureatosi presso l'Università di Roma, Facoltà di Matematica; in tale scritto si espongono le esperienze di un laureando: che ha seguito per un anno, allo scopo di tirocinio, i corsi di matematica in una\ scuola media secondaria. Le considerazioni del dottor Bolletta ci sembrano utili per mettere' in luce la necessità e l'urgenza di tale tirocinio e i problemi da risolvere ad esso connessi.

Nel numero di maggio di «Sapere» il professor Bruno de Finetti ha presentato un nuovo libro di Emma Castelnuovo: **Documenti di una Esposizione di Matematica: da bambini a uomini**¹. Quella presentazione dà un saggio estremamente vivo della ricchezza dei problemi che il libro affronta e del valore dell'esperienza descritta. Nel libro, come pure nella presentazione di de Finetti, si parla della collaborazione di quattro studenti universitari all'allestimento della mostra; io sono uno di loro e mi propongo qui di riflettere sul significato che questa esperienza didattica ha avuto per me e per gli altri tre colleghi. Debbo premettere che non è facile parlare di questa esperienza in maniera distaccata, liberi da facili entusiasmi che potrebbero sembrare partigianeria: verrebbe voglia di usare lo stesso linguaggio dei ragazzi, così pieno di ammirazione e di affetto per la loro insegnante. In effetti anche per noi, come per i ragazzi, quell'esperienza così appassionante ha maturato non solo la nostra preparazione intellettuale, ma anche il nostro carattere.

Il lavoro di preparazione era cominciato fin dall'apertura dell'anno scolastico 1970-71. Ero all'inizio del quarto anno di matematica, e, venuto a conoscenza di questa iniziativa, mi venne il desiderio di entrare nelle classi della professoressa Castelnuovo. Per la verità, questa decisione fu quasi una fuga dal mondo universitario che mi sembrava sempre più inadatto ad offrire una solida preparazione per chi si proponeva di insegnare nella scuola secondaria. In secondo luogo vi era il problema della tesi di laurea per la quale era difficile trovare un relatore data la grande sproporzione numerica tra i laureandi ed i professori effettivamente disponibili. Entrai così nella classe di Emma Castelnuovo, e mi trovai lì con tre colleghi dell'ultimo anno di matematica, che avevano cominciato prima di me a seguire il corso; erano Lucilla Cannizzaro, Daniela Proia e Fulvia Gloria. All'inizio la nostra funzione era soprattutto quella di spettatori: ci sedevamo in fondo all'aula ed assistevamo alle lezioni che, per altro, seguivano il loro normale svolgimento. Si può dire che ci confondevamo con i ragazzi e che anche noi come loro eravamo nella posizione di chi apprende: cercavamo di analizzare e di capire quali fossero gli elementi più caratteristici dell'insegnamento della professoressa Castelnuovo. Gli appunti presi erano fonte di discussione nei corridoi, prima e dopo le ore di lezione. Questo primo periodo, durato alcuni mesi, in cui la nostra partecipazione non si può dire che fosse attiva, fu estremamente interessante: sorgevano tanti problemi sia di ordine didattico sia di carattere matematico, problemi che ci facevano intravedere nuove prospettive di lavoro: ricerche di didattica matematica.

A mano a mano che diventavamo più consapevoli, la nostra presenza nelle classi si faceva sempre più attiva, anche per quanto riguardava il rapporto con i ragazzi: essi ci consideravano «a metà strada» fra loro e l'insegnante; ci chiedevano consigli, si confidavano con noi anche per questioni fuori della matematica, eravamo insomma i loro fratelli maggiori e, naturalmente, ci davamo «del tu». Poi, verso i primi di febbraio, si giunse alla vera e propria preparazione dell'Esposizione: allora ad ognuno di noi venne affidato un compito ben preciso che ci impegnava qualche pomeriggio alla settimana. In sostanza si trattava di preparare qualche gruppetto di ragazzi sul tema che essi stessi avevano scelto per esporre alla mostra; il più delle volte si trattava di una ripetizione, di una risistemazione di ciò che era stato già fatto in classe. Così per esempio Daniela Proia tenne delle lezioni di calcolo della probabilità facendo largo uso di materiale precedentemente elaborato dalla Castelnuovo, integrato con esempi ed argomenti nuovi, lo mi occupavo della parte «tecnica» e lavoravo con i ragazzi per costruire modelli, dispositivi che sarebbero stati poi esposti alla Mostra; è chiaro che la costruzione portava, ogni volta, ad indagare più da vicino sull'argomento. A metà aprile gli incontri pomeridiani divennero molto più frequenti data l'enorme mole di lavoro richiesto per controllare la preparazione di tutti i 171 allievi e per approntare i cartelloni che avrebbero fatto «da sfondo» alla spiegazione dei ragazzi. È difficile dire con precisione la parte che ciascuno di noi ebbe nell'allestimento della mostra dato che la collaborazione era talmente stretta che i vari compiti si fondevano in un'unica tensione.

Dopo l'Esposizione ciascuno di noi riprese più da vicino gli impegni universitari che in verità non avevamo mai abbandonato; ma ora, in maggio, si avvicinavano gli esami di giugno e c'era la redazione della tesi... Ho voluto descrivere in brevi linee come si è svolto il nostro lavoro prima di passare alle considerazioni che mi interessano: comunque per avere una visione più chiara del senso e della portata dell'esperienza occorre leggere direttamente il libro. Come dicevo sopra, a me interessa analizzare il significato che questa esperienza ha avuto per noi come studenti universitari soprattutto in vista della formazione professionale. La prima cosa che devo affermare è che questo tirocinio mi ha dato la possibilità di conoscere alcuni punti di quell'arte dell'insegnare che io ritengo essenziali per chi si propone di svolgere una qualsiasi azione educativa. Il saper insegnare, soprattutto la matematica, non può essere il frutto dell'improvvisazione, dell'intuito, della buona volontà, non è un fatto innato (anche se vi sono diversi livelli di predisposizione). Né penso sia sufficiente lo studio di alcuni elementi di psicologia dell'apprendimento, studio che risulta spesso di difficile comprensione e di ancor più difficile applicazione; né è sufficiente un corso di pedagogia generale, disciplina che risulta necessariamente troppo staccata dai metodi e dai problemi degli studenti di matematica. Occorre invece che certe attitudini pedagogiche siano sviluppate nell'azione concreta, cioè nel contatto vivo con la classe, ed è insensato aspettare, come si fa adesso, che questo processo di maturazione avvenga durante l'esercizio della professione, cioè a proprie spese e a spese degli allievi che fanno da cavie al tirocinio di giovani insegnanti. Vengo ora a considerazioni più propriamente matematiche. Vorrei soffermarmi in particolare su alcuni argomenti che sono stati esposti alla mostra e che sono riportati nel libro della Castelnuovo, non per caratterizzare la loro didattica, ma piuttosto per puntualizzare quali effetti abbia avuto su di me l'averli studiati insieme con i ragazzi. In sostanza vorrei mettere in rilievo come il lavoro svolto in classe sia stato per noi universitari stimolante anche sul piano matematico, nel senso che certe conoscenze acquisite

all'università ci sono apparse sotto una nuova luce nel momento stesso in cui ci trovavamo a confrontarle con le difficoltà o con le intuizioni dei ragazzi. Quest'anno per la prima volta si è studiato un argomento che sembra a prima vista un po' sproporzionato alle effettive capacità di ragazzi di 13-14 anni: le quadriche.

L'idea venne fuori per caso studiando le sezioni del cilindro e del cono: usavamo un modello realizzato con fili elastici tesi tra due cerchi paralleli che fungevano da basi; ruotando una base sul suo stesso piano si passava dal cilindro al cono, ed in questo passaggio si otteneva un iperboloido rotondo. Questa superficie colpiva in modo particolare l'attenzione dei ragazzi. È stato proprio parlando con loro che qualcuno osserò che delle superfici di questo tipo si vedevano come pilastri di sostegno al ponte di Messina nel progetto Nervi. Visto l'interesse dei ragazzi ci si è chiesto se si potesse parlare anche delle altre quadriche in modo facile e, però, significativo. Ebbe così inizio una ricerca che ci impegnò un po' tutti: ci rendemmo purtroppo conto che ben poco di ciò che avevamo studiato all'università poteva essere utilizzato a quel livello; molto più utile fu la lettura di un libro di D. Hilbert dal titolo **Geometria intuitiva**² libro certamente non elementare, che però sviluppava tutta una serie di considerazioni intuitivamente semplici ed interessanti. In effetti, anche per noi studenti universitari suonava quanto mai appropriata quell'osservazione fatta da un ragazzo che notò come alcuni professori di matematica sapessero benissimo la parte algebrica dell'argomento facendo anche domande imbarazzanti

ai ragazzi che l'esponevano -mentre invece rimanevano ammutoliti e non riconoscevano quasi i modelli». Nello studio delle quadriche come pure a proposito di altri argomenti ho capito quale valore ha nella ricerca l'intuizione geometrica, troppo spesso sacrificata da una trattazione formale: si abbia la cura di rileggere il capitolo del libro sulle coniche e quadriche sotto questo angolo di visuale; si vedrà come un argomento che può sembrare esclusivamente «descrittivo» sia, invece, ricco di considerazioni propriamente razionali, suggerite volta a volta da spunti intuitivi. Penso che anche gli studi universitari dovrebbero valorizzare di più l'inventiva, la fantasia, l'intuizione per evitare il pericolo di creare degli automi capaci solo di ripetere ragionamenti già fatti da altri o di applicare delle formule. E dicendo questo ho in mente l'esperienza ventennale del professor Paul Libois che all'Università di Bruxelles impegna i propri studenti del primo e secondo anno ad integrare il normale corso di geometria, ispirato alla visione dinamica di F. Enriques, con la preparazione di una mostra matematica in cui vengono esposte idee originali, modelli, disegni, cartelloni che hanno il compito di divulgare ad un vasto pubblico alcune idee matematiche, (v. « Sapere » n. 732, gennaio 1971.)

Nello studio delle quadriche si ricorre alla nozione di trasformazione affine per passare da quelle di rotazione, ottenute ruotando una conica intorno a un suo asse di simmetria, alle quadriche più generali aventi come sezioni normali all'asse delle ellissi. Le **trasformazioni affini e proiettive** hanno un posto molto importante nel programma svolto dalla Castelnuovo; vasta è la documentazione a tale proposito e non è necessario soffermarci troppo. Queste trasformazioni vengono introdotte studiando alcuni fenomeni reali come l'ombra di un oggetto data dai raggi del sole o di una lampada, o lo stiramento di una tela elastica: i ragazzi stessi tramite l'osservazione diretta caratterizzano matematicamente le trasformazioni elencandone le proprietà. Si passa, così, in una successione continua di scoperte e di intuizioni da osservazioni empiriche alla più generale nozione di trasformazione affine e alla sua rappresentazione analitica.

Debbo confessare che questa ricerca è stata utilissima anche su un piano matematico; ho capito molto più profondamente quelle nozioni che spesso negli studi universitari vengono presentate senza troppo mettere in luce la loro genesi. A questo proposito sento quanto siano significative le parole di L. Lombardo Radice il quale in un articolo apparso su questa rivista sostiene la necessità di ripercorrere nel processo formativo «la strada di pensiero effettivamente percorsa per giungere alla scoperta».

Altre importanti considerazioni ci vengono suggerite da un secondo argomento esposto alla mostra e riportato sul libro. Si tratta del calcolo baricentrico e delle sue applicazioni. Da alcuni anni in terza media vengono studiati alcuni elementi di calcolo baricentrico: si tratta di nozioni relativamente facili una volta che si possegga un minimo di familiarità con la nozione di

coordinata, di equazione di una retta, insomma con la rappresentazione analitica. Non si insiste troppo su questo argomento che è in qualche maniera strumentale rispetto alle successive applicazioni. Si fa infatti uso del modello baricentrico per risolvere un problema di probabilità (ci si chiede qual è la probabilità di ottenere i lati di un triangolo da una bacchetta che si rompe in tre parti supposto che tutti i punti della bacchetta siano ugualmente soggetti a rottura e si giunge a una "soluzione estremamente elegante"); si trattano alcuni problemi di programmazione lineare, come ad esempio la produzione della cioccolata, dei concimi chimici; si studiano poi principi fondamentali della colorimetria. Si nota subito l'eterogeneità di questi argomenti che sembrano a prima vista un po' slegati: in realtà per i ragazzi non era così poiché il modello matematico usato era il medesimo e tutto si basava su questo. In secondo luogo occorre dire che è proprio nelle applicazioni che i ragazzi si sono entusiasmati superando per il loro vivo interesse anche notevoli difficoltà di carattere algebrico. Ora, l'importanza delle applicazioni non deriva solamente dall'esigenza di tener desta l'attenzione, di fornire una motivazione valida allo studio, ma anche e soprattutto da un preciso intento formativo. Si vuole formare mentalità aperte a problemi economici, sociali, tecnici, artistici; mentalità capaci di usare, nella risoluzione di questi problemi, quegli strumenti di pensiero e di linguaggio che la matematica mette a loro disposizione; la matematica deve diventare dunque un abito mentale utile in qualsiasi momento della nostra vita. Penso che questa dimensione vada ricuperata anche nell'insegnamento universitario che in verità non sembra troppo preoccupato di creare tale apertura. Ricordo che il professor de Finetti durante il corso di calcolo delle probabilità si lamentava con noi studenti del terzo anno che due anni di matematica erano stati sufficienti per fossilizzare la nostra mente al punto che non sapevamo far uso nemmeno di quelle nozioni che secondo i programmi, avremmo dovuto conoscere molto bene; per contro a noi studenti le sue lezioni vive di suggestioni, di esempi, di polemiche, dei problemi più diversi sembravano troppo dispersive. Mi sono convinto del contrario solo dopo essere entrato nelle classi della Castelnuovo. Come dicevo prima, la didattica della matematica non può essere lasciata all'improvvisazione, alla buona volontà del singolo. La formazione di un buon insegnante deve, innanzitutto, partire da un nuovo modo di affrontare lo stesso studio di quella matematica che, si pensa, non verrà mai insegnata ai ragazzi. Il problema non è quello di «svendere» all'indirizzo didattico quasi come «sottoprodotto» qualche materia più facile. Inoltre occorre affrontare direttamente lo studio della didattica della matematica che ha ormai i caratteri di una disciplina meritevole di attenta considerazione anche a livello universitario. Esiste tutta una ricca messe di lavori, soprattutto opera di matematici stranieri, che

ogni studente universitario che intenda dedicarsi all'insegnamento secondario dovrebbe conoscere.

In terzo luogo occorrerebbe estendere quanto più è possibile la sperimentazione per mezzo dei tirocini e dei contatti diretti con la scuola. Qui viene in mente un'obiezione: quanti professori di scuola media sono disponibili e soprattutto sono in grado di guidare ed indirizzare un'esperienza simile a quella che abbiamo avuto noi? Quest'anno per iniziativa del professor Lombardo Radice si è tentato di estendere a un numero sempre più vasto di laureandi la possibilità di compiere delle sperimentazioni direttamente nella scuola anche al fine di preparare così le proprie tesi di laurea. La difficoltà è stata doppia: vi è la difficoltà di trovare insegnanti di scuola secondaria adatti e vi è anche quella di avere dei professori universitari disposti a seguire questo genere di lavoro. E questo secondo me è il punto più importante. Perché non è indispensabile che tutti gli studenti universitari invadano anzitempo le scuole secondarie, ma è invece essenziale che, in sede universitaria, si creino delle équipe di lavoro capaci di gestire la sperimentazione. Il problema fondamentale è quello di creare tale interesse tra i professori e gli assistenti universitari.

¹ Castelnuovo E., *Documenti di una esposizione di matematica - Da bambini a uomini*, Boringhieri, Torino 1972.

² Hilbert D., *Geometria intuitiva*, « Universale scientifica », Boringhieri, Torino 1960.

³ Lombardo-Radice L., *Nuova la matematica o nuovo il punto di vista?*, « Sapere », n. 746, 1972.